Uygulama Örnekleriyle
Cebirsel Düşünme ve Öğretimi

Editör:

Gülfem SARPKAYA AKTAŞ

PEGEM AKADEMİ

PEGEM AKADEMİ

Editör: Dr. Ögr. Üyesi Gülfem SARPKAYA AKTAŞ

UYGULAMA ÖRNEKLERİYLE CEBİRSEL DÜŞÜNME VE ÖĞRETİMİ

ISBN 978-605-241-636-5
DOI 10.14527/9786052416365

I. Baskı: Mart 2019, Ankara

Yayın-Proje: Ayşe Açıkgöz
Dizgi-Grafik Tasarım: Ayşe Nur Yıldırım
Kapak Tasarım: Pegem Akademi

Salmat Basım Yayıncılık Ambalaj Sanayi Tic. Ltd. Şti.
Büyük Sanayi 1. Cadde 95/1
İskitler/ANKARA
Tel: 0312-3411020

Yayıncı Sertifika No: 36306
Matbaa Sertifika No: 26062

İletişim

Karanfil 2 Sokak No: 45 Kızılay / ANKARA
Yayınevi: 0312 430 67 50 - 430 67 51
Dağıtım: 0312 434 54 24 - 434 54 08
Hazırlık Kursları: 0312 419 05 60
İnternet: www.pegem.net
E-ileti: pegem@pegem.net
WhatsApp Hattı: 0538 594 92 40

ÖN SÖZ

Matematik nedir diye sorulduğunda ilk akla gelen tanım; matematik evrensel bir dildir. İşte matematiğe evrensel bir dil olma özelliğini kazandıran alt dalı ise cebirdir denilebilir. Cebir, sayılar ve aralarındaki ilişkileri sembollere dönüştürerek denklemler ve matematiksel ifadelerin oluşturulmasını sağlayan bir alandır. Cebir dil olma özelliğinin yanı sıra bir problem çözme ve aynı zamanda düşünme aracıdır. Düşünme aracı olma özelliğiyle öğrencilerin soyut düşünme ve muhakeme etme becerilerinin gelişmesinde de önemlidir. Öğrenciler cebir sayesinde matematiksel durumları genelleyebilir, modelleyebilir ve analiz edebilir. Dolayısıyla sayısal ilişkileri açıklamada sistematik bir yol izleyerek organize edebilirler. Tüm bu özellikler birleştiğinde öğrencilerin dünyayı tanımalarına ve anlamalarına olanak sağlar. Bu nedenle de öğrencilerin cebiri öğrenmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

Cebirde kullanılan semboller ve kavramlar arası ilişkiler öğrenciler tarafından doğru olarak anlaşıldığında ancak cebirsel düşünme biçimleri gelişebilecektir. Alanyazında yer alan birçok çalışmada öğrencilerin cebir öğrenmede ve cebirsel düşünmede zorluklar yaşadığı görülmektedir.

Biz bu kitapla cebirin ve cebirsel düşünmenin gizemli dünyasına bir kapı açmak istedik. Cebirsel düşünmenin tarih boyunca gelişiminden başlayıp matematik yapma boyutunda diyebileceğimiz fonksiyonel düşünme ile sonlandırdık.

Kitabın birinci bölümünde, cebir alanındaki temel kavramlara yönelik olarak tarihsel gelişimi yer almaktadır ve tarihin cebir öğretiminde kullanım şekillerine örnekler verilmiştir. İkinci bölümde ise cebirsel düşünmenin ne olduğu ve bu düşünme şeklinin matematik öğrenimindeki öneminden bahsedilmiştir. Üçüncü bölüm, cebirin öğretiminde kullanılabilecek olan alternatif öğrenme ve öğretim yaklaşımlarına, stratejilerine, yöntem-tekniklerine ve örnek ders planlarına ayrılmıştır. Öğrenmede bilişsel özellikler önemli olduğu kadar duyuşsal özelliklerde önemlidir. Kitabımızın dördüncü bölümünde cebir öğreniminde duyuşsal özelliklerin neler olduğu üzerinde durulmuştur.

Cebirin temellerini aritmetikten alması dolayıyla beşinci bölümde aritmetik ve cebir arasındaki ilişki açıklanmaya çalışılmıştır. Öğrenciler aritmetik bilgileri ile cebir öğrenme alanındaki yeni bilgileri ilişkilendiremedikleri zaman anlamlı öğrenme gerçekleşemeyebilmektedir. Bu nedenle cebirsel düşünmede aritmetiğin temellerinin sağlam olması önemlidir. Altıncı bölüme geldiğimizde artık cebirin temel taşı olan değişken ve değişkenlerden oluşan cebirsel ifade kavramlarının cebirsel düşünme ve öğretiminde ki yeri, öğrencilere kavramsal olarak anlamlandırılma biçimleri, öğrencilerin sıklıkla yaptıkları hatalar üzerinde durulmaktadır.

Yedinci bölümde ise cebirin sembolik dil olmasına katkı sağlayan ve denklemler içinde önemli bir kavram olan eşitlik işareti ve anlamı, sekizinci bölümde özdeşlik kavramı, bu kavramın öğretimi, öğrencilerin yaşadıkları zorlukları, dokuzuncu bölümde ise cebir öğrenme alanı içerisinde okul matematiğinin en önemli konularından olan denklem kavramı ve öğretimi irdelenmiştir.

Onuncu bölüm yine cebirin öenmli ve öğrencilerin sıklıkla hata yaptıkları bir konusu olan eşitsizliklere ayrılmıştır. Eşitsizlik kavramı ve öğretimi üzerine açıklamalar sunulmuştur. Onbirinci bölüm cebirsel düşünmenin temelini oluşturan ve en son basamak olan fonksiyonel düşünmeye geçişi kolaylaştıran örüntüler kavramı ve akabinde onikinci bölüm yine fonksiyonel düşünmenin basamaklarından olan doğrusal denklemler ve ilişkiler kavramları ile öğretimlerine yönelik olarak yazılmıştır. En son bölüm olan onüçüncü bölümde ise cebirsel düşünmenin artık son aşaması da diyebileceğimiz fonksiyonel düşünme kavramı ve düşünme sürecine katkıda bulunan öğrenme ortamları yer almıştır.

Bu kitap cebirsel düşünme ve öğretimine yönelik olarak hazırlanmış bir kitap olması nedeniyle Matematik öğretmeni adaylarına ve öğretmenlerine ayrıca matematik eğitiminde cebir öğrenme alanı ile ilgilenen bu konuda araştırma yapmak isteyen kişilere yardımcı olabilecek bir kitaptır. Kitabın oluşmasında büyük emek sarfeden değerli akademisyen meslektaşlarıma ve bize akademik kitap yazımlarımızda destek veren Pegem Akademi'ye sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Kitabımızda yer alan bölümlerin etkin bir şekilde cebirin kavramlarının anlaşılmasında, öğrenilmesinde ve öğretilmesinde katkı sağlamasını dileriz.

Dr. Ögr. Üyesi Gülfem SARPKAYA AKTAŞ

BÖLÜMLER VE YAZARLARI

Editör: *Dr. Ögr. Üyesi Gülfem SARPKAYA AKTAŞ*

1. Bölüm: Cebirin Tarihi
Dr. Öğr. Üyesi Gülfem SARPKAYA AKTAŞ - Aksaray Üniversitesi

2. Bölüm: Cebirsel Düşünme ve Cebirsel Düşünmenin Matematik Öğretimindeki Yeri
Dr. Öğr. Üyesi Melihan ÜNLÜ - Aksaray Üniversitesi

3. Bölüm: Cebir Öğretiminde Kullanılan Öğrenme ve Öğretim Yaklaşımları
Dr. Öğr. Üyesi Gözdegül ARIK KARAMIK - Akdeniz Üniversitesi

4. Bölüm: Cebir Öğretiminde Duyuşsal Özellikler
Dr. Öğr. Üyesi Nuri Can AKSOY - Hasan Kalyoncu Üniversitesi

5. Bölüm: Aritmetik - Cebir İlişkisi
Doç. Dr. Abdullah Çağrı BİBER - Kastamonu Üniversitesi

6. Bölüm: Cebirsel İfade ve Değişken Kavramının Öğretimi
Dr. Öğr. Üyesi Nejla GÜREFE - Uşak Üniversitesi

7. Bölüm: Eşitlik Kavramı ve Eşitlik Kavramının Öğretimi
Dr. Dilşad GÜVEN AKDENİZ - Bayburt Üniversitesi

8. Bölüm: Özdeşlik Kavramı ve Özdeşlik Kavramının Öğretimi
Arş. Gör. Hilmi KARACA - Aksaray Üniversitesi

9. Bölüm: Denklem Kavramı ve Denklem Kavramının Öğretimi
Prof. Dr. Erhan ERTEKİN - Necmettin Erbakan Üniversitesi

10. Bölüm: Eşitsizlik Kavramı ve Eşitsizlik Kavramının Öğretimi
Dr. Ögr. Üyesi Derya Özlem YAZLIK - Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi

11. Bölüm: Örüntüler
Dr. Ögr. Üyesi Feride ÖZYILDIRIM GÜMÜŞ - Aksaray Üniversitesi

12. Bölüm: Doğrusal İlişkiler ve Doğrusal Denklemlerin Öğretimi
Dr. Ögr. Üyesi Ali ÖZKAYA - Akdeniz Üniversitesi

13. Bölüm: Fonksiyonel Düşünme
Doç. Dr. Abdulkadir TUNA - Kastamonu Üniversitesi
Dr. Feyza ALİUSTAOĞLU - Kastamonu Üniversitesi

İÇİNDEKİLER

Ön Söz iii
Bölümler ve Yazarları v

1. BÖLÜM
CEBİRİN TARİHİ

Matematik Tarihinin Öğretimde Kullanılmasının Önemi 1
Aritmetik - Cebir Arasındaki İlişkiye Yönelik Tarihsel Gelişim 4
Cebirsel İfadeler ve Değişken'in Tarihsel Gelişimi 5
Eşitlik İşareti 7
Özdeşliklerin Tarihsel Süreci 7
Denklemlerin Tarihsel Süreci 9
Cebir Tarihinde Eşitsizlik 15
Örüntüler ve Sayı Dizilerinin Tarihi 15
Fonksiyonel Düşünmenin Gelişim Serüveni 18
Bölüm Değerlendirme Soruları 19
Kaynaklar 22

2. BÖLÜM
CEBİRSEL DÜŞÜNME VE CEBİRSEL DÜŞÜNMENİN MATEMATİK ÖĞRETİMİNDEKİ YERİ

Cebirsel Düşünme 24
Cebirsel Düşünmenin Boyutları 26
Cebirsel Düşünmenin Gelişimi 28
    Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarını Oluşturmak 28
    Genelleme 30
    Çoklu Temsillerden Yararlanma 33
Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesinde Kullanılacak Araçlar 34
Cebirsel Düşünmenin Matematik Öğretimindeki Önemi 37
Bölüm Değerlendirme Soruları 39
Kaynaklar 40

3. BÖLÜM
CEBİR ÖĞRETİMİNDE KULLANILAN ÖĞRENME VE ÖĞRETİM YAKLAŞIMLARI

Yapılandırmacı Yaklaşım 45
    Yapılandırmacı Yaklaşımın 4 Aşamalı Modeli 49
    Yapılandırmacı Yaklaşımın 5E Modeli 50
    Yapılandırmacı Yaklaşımın 7E Modeli 51
Sosyokültürel Yaklaşım 53
İşbirliğine Dayalı Öğrenme Yöntemi 55
Yaratıcı Drama Yöntemi 59
Oyunla Öğretim Yöntemi 60
Bölüm Değerlendirme Soruları 68
Kaynaklar 69

4. BÖLÜM
CEBİR ÖĞRETİMİNDE DUYUŞSAL ÖZELLİKLER

Cebir Öğretiminde Duyuşsal Özellikler 76
    Cebir ve Beceri 76
Öğretim Programında Cebir 78
Cebir Öğreniminde Karşılaşılan Zorluklar 80
    Cebir Öğreniminde Karşılaşılan Zorluk Nedenleri 81
Cebir ve Tutum 83
Cebir Öğreniminde Öneriler 84
Bölüm Değerlendirme Soruları 86
Kaynaklar 87

5. BÖLÜM
ARİTMETİK - CEBİR İLİŞKİSİ

Artimetik-Cebir İlişkisi 93
Bölüm Değerlendirme Soruları 99
Kaynaklar 100

6. BÖLÜM
CEBİRSEL İFADE VE DEĞİŞKEN KAVRAMININ ÖĞRETİMİ

Cebirsel İfade 103
Değişken Kavramın Tanımı ve Önemi 104
    Değişkenin Bilinmeyen ve Değişen Nicelik Anlamları 106
Değişken Kavramının Cebir Öğrenme Alanı ve Diğer Öğrenme Alanları ile İlişkisi 108
Cebirsel İfadeler ve Değişken Kavramının Öğretim Programındaki Yeri 109
Cebirsel İfade ve Değişken Kavramının Öğretiminde Karşılaşılan Zorluklar ile Öğrenci Hataları ve Kavram Yanılgıları 111
Değişken Kavramının Öğretiminde Teknolojinin Yeri 115
Cebirsel İfade ve Değişken Kavramının Öğretimi 117
    Değişkenin Yer Tutucu Özelliğinden Harf Temsiline 118
    Bilinmeyen Anlamındaki Değişkenin Öğretimi 119
    Değişen Nicelik Anlamındaki Değişkenin Öğretimi 120
Değişken Kavramının Günlük Hayattaki Yeri ve Diğer Derslerle İlişkisi 122
Değişken Kavramına Yönelik Ders İçeriği Düzenleme 123
    Dersin Önce Evresi 123
    Ders Sırası Evresi 124
    Ders Sonrası Evresi 124
Bölüm Değerlendirme Soruları ve Çözümleri 124
Kaynaklar 127

7. BÖLÜM
EŞİTLİK KAVRAMI VE EŞİTLİK KAVRAMININ ÖĞRETİMİ

Eşitlik Kavramının Tanımı ve Önemi 131
Eşitlik Kavramının Cebir Öğrenme Alanı ve Diğer Öğrenme Alanları ile İlişkisi 134
    Eşitliğin Cebir Öğrenme Alanı ile Olan İlişkisi 134
    Eşitliğin Diğer Öğrenme Alanları ile İlişkisi 136
Eşitlik Kavramının Öğretim Programındaki Yeri 136
Eşitlik Kavramının Öğretiminde Karşılaşılan Öğrenci Hata ve Yanılgıları 138
Eşitlik Kavramının Öğretiminde Teknolojinin Yeri 142
Eşitlik Kavramının Öğretimi 143
Eşitlik Kavramının Günlük Hayattaki Yeri ve Diğer Derslerle İlişkisi 148
Eşitlik Kavramına Yönelik Ders İçeriği Düzenleme ve Etkinlik Uygulamaları 149

Etkinlik 1 149
Etkinlik 2 151
Öğrenme Ortamlarına Uygun Tartışma Ortamları Oluşturma 153
Bölüm Değerlendirme Soruları 155
Kaynaklar 157

8. BÖLÜM
ÖZDEŞLİK KAVRAMI VE ÖZDEŞLİK KAVRAMININ ÖĞRETİMİ

Özdeşlik Kavramı ve Tanımı 159
Özdeşlik Kavramının Bileşenleri 160
Özdeşlik ve Eşitlik 160
Özdeşlik ve Değişken 160
Özdeşlik Sonsuz İlişkisi 161
Özdeşlik Denklem İlişkisi 161
Özdeşlik Kavramının Cebir Öğrenme Alanı ve Diğer Öğrenme Alanları ile İlişkisi 162
Özdeşlik Kavramının Öğretim Programındaki Yeri 163
Özdeşlik Kavramının Öğretimi ve Ders İçeriği Oluşturma 164
Ders Planı 1 165
Ders Planı 2 172
Temel Özdeşlikler 181
Özdeşlik Kavramının Öğretiminde Teknolojinin Yeri 182
Özdeşlik Kavramının Öğretiminde Karşılaşılan Öğrenci Hataları ve Kavram Yanılgıları 185
Özdeşlik Kavramı ile İlgili Kavram Yanılgıları 185
$(a+b)^2 = a^2 + b^2 / (a-b)^2 = a^2 - b^2$ Kavram Yanılgıları 186
7x-x=? 187
Bölüm Değerlendirme Soruları 187
Kaynaklar 189

9. BÖLÜM
DENKLEM KAVRAMI VE DENKLEM KAVRAMININ ÖĞRETİMİ

Denklem Kavramı Tanımı ve İlişkili Olduğu Kavramlar 191
Denklem Kavramı ve Tanımı 191
Denklem Kavramı ve İlişkili Olduğu Kavramlar 193

Denklem Kavramının Öğretim Programındaki Yeri ... 196
Denklem Öğretiminde Karşılaşılan Zorluklar ve Kavram Yanılgıları ... 196
Diğer Ters İşlem Hatası ... 197
Yeniden Dağıtım ve Toplananın Yer Değiştirmesi Hatası ... 198
Ters İşlemlerin Sınırlı Uygulanması ... 198
Tanıdık Olmayanın Görmezlikten Gelinmesi ... 198
Değişkenin Değeri Aynı Olduğu Düşüncesi ile Diğerlerini Görmezden Gelme Hatası ... 198
Eksi İşaretinin Negatif Sayılarla Özdeşleştirilmesi ... 199
Denklem Çözme ve Öğretimi ... 199
Denklem Çözmenin Terazi Modeli ile Öğretimi ... 201
Cebir Karoları Kullanarak Denklem Öğretimi ... 206
Negatif Değer İçeren Denklemler için Alternatif Bir Model: Dört Kefeli Terazi Modeli ... 210
Denklem Çözmenin Öğretiminde Grafik Kullanımı ... 212
Denklem Kavramı ve Çözümünün Öğretiminde Teknoloji ... 214
Bölüm Değerlendirme Soruları ... 216
Kaynaklar ... 218

10. BÖLÜM
EŞİTSİZLİK KAVRAMI VE EŞİTSİZLİK KAVRAMININ ÖĞRETİMİ

Eşitsizlik Kavramın Tanımı ve Önemi ... 221
Eşitsizlik Kavramının Ortaokul Matematik Programındaki Yeri ... 223
Eşitsizlik Kavramının Öğretiminde Karşılaşılan Öğrenci Hataları ve Kavram Yanılgıları ... 226
Eşitsizlik Kavramının Öğretiminde Teknolojinin Yeri ... 230
Eşitsizlik Kavramının Öğretiminde Materyal Tasarımı ve Kullanımı ... 235
Eşitsizlik Kavramının Günlük Hayattaki Yeri ve Diğer Derslerle İlişkisi ... 239
Ders içeriğini Düzenleme ve Etkinlik Uygulamaları ... 240
Etkinlik 1. ... 240
Etkinlik 2. ... 241
Etkinlik 3. ... 243
Etkinlik 4. ... 244
Bölüm Değerlendirme Soruları ... 245
Kaynaklar ... 246

11. BÖLÜM
ÖRÜNTÜLER

Örüntü Kavramı ve Çeşitleri 251
Tekrarlanan/ Tekrarlayan Örüntü 252
Genişleyen/Değişen Örüntü 253
Örüntülerde İlişkiler ve Genellemeler; Çözüm Stratejileri 254
Örüntülerin Cebir Öğrenme Alanı ile İlişkisi ve Öğretim Programındaki Yeri 255
Örüntü Kavramının Öğretimi ve Ders İçeriği Oluşturma 259
Örüntü Kavramının Öğretiminde Teknolojinin Yeri 261
Örüntü Kavramının Öğretiminde Karşılaşılan Öğrenci Hataları ve Kavram Yanılgıları 264
Bölüm Değerlendirme Soruları 265
Kaynaklar 268

12. BÖLÜM
DOĞRUSAL İLİŞKİLER VE DOĞRUSAL DENKLEMLERİN ÖĞRETİMİ

Doğrusal İlişki Kavramı ve Doğrusal Denklemlerin Cebir Öğrenme Alanı ve Diğer Öğrenme Alanları ile İlişkisi 271
Doğrusal İlişki Kavramı ve Doğrusal Denklemlerin Öğretim Programındaki Yeri 272
Doğrusal ilişki kavramı ve öğretimi 273
Kelimelerden Sembollere Etkinliği 273
Doğrusal İlişki ve Doğru Orantı 274
Şekillerden Çevre Uzunluğuna Etkinliği 276
Kartlar ve Noktaları Etkinliği 277
Grafik Çizme Etkinliği 278
Simit Üretim Etkinliği 278
Bahçe Etkinliği 279
Taksimetre Etkinliği 281
Doğrusal Denklemlerin Öğretimi 282
Elma Bahçesindeki Elmalar 283
Doğrusal Denklemlerin Öğretiminde Alternatif Yaklaşımlar 283
Doğrusal İlişki Kavramı ve Doğrusal Denklemlerin Öğretiminde Karşılaşılan Öğrenci Hataları ve Kavram Yanılgıları 286
Doğrusal İlişki Kavramı ve Doğrusal Denklemlerin Öğretiminde Teknolojinin Yeri 287
Bölüm Değerlendirme Soruları 290
Kaynaklar 291

13. BÖLÜM
FONKSİYONEL DÜŞÜNME

Fonksiyonel Düşünmenin Tanımı ve Önemi 293
Fonksiyonel Düşünmenin Öğretim Programındaki Yeri............ 294
Fonksiyonel Düşünmenin Öğretimi............ 296
Küçük Yaşlarda Fonksiyonel Düşünmenin Öğretimi 296
Ortaokul Yıllarında Fonksiyonel Düşünmenin Öğretimi 296
İlerleyen Dönemlerde Fonksiyonel Düşünmenin Öğretimi 302
Fonksiyonel Düşünmenin Öğretiminde Teknolojinin Yeri............ 303
Bölüm Değerlendirme Soruları............ 304
Kaynaklar............ 306

Yazarlar Hakkında............ 307

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1. Harezmi (780-847) 4
Şekil 1.2. Diophantus (200-284) 4
Şekil 1.3. Diophantus Kısaltmaları ve Modern Gösterimine Örnekler 6
Şekil 1.4. Viete (1540-1603) 6
Şekil 1.5. Euclid 7
Şekil 1.6. Rhind 9
Şekil 1.7. Diophantus'un Eseri 11
Şekil 1.8. $x^2 + 10x - 39$ Denkleminin Harezmi Tarafından Sunulan Geometrik Gösterimi 12
Şekil 1.9. Ömer Hayyam (1048-1131) 13
Şekil 1.10. Fibonacci (1170-1240) 13
Şekil 1.11. Descartes (1596-1650) 15
Şekil 1.12. 1'den 6'ya (n) Kadar Olan Sayıların Modellenmesi 17
Şekil 1.13. Kareye Tamamlamak İçin Kullanılan Model 17
Şekil 1.14. Elde Edilen Kare Modeli 18
Şekil 2.1. Cebirsel Düşünmenin Kavramsal Yapısı 25
Şekil 2.2. Cebirsel Düşünmenin Boyutları 27
Şekil 2.3. Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları 29
Şekil 2.4. Modelleme Örnekleri 31
Şekil 2.5. Küçük Dairelerle Yapılan Örüntüler 31
Şekil 2.6. Karelerden Oluşan Şekil Örüntüsü 33
Şekil 2.7. Üçgenlerden Oluşan Örüntünün Temsili Gösterimi 33
Şekil 2.8. Tablo Gösterimleri 34
Şekil 2.9. Grafiksel Gösterimler. 34
Şekil 2.10. Cebirsel Düşünmenin Gelişiminde Kullanılacak Somut Model Örnekleri 35
Şekil 2.11. NLVM'de Sunulan Cebirsel Düşünmeyi Geliştirici Örnekler 36
Şekil 2.12. Geogebra'da Cebirsel Bir İlişkinin Çoklu Temsili 37
Şekil 6.1. Etkinlik 6.1. Değişkenin Öğretiminde Kullanılan PanBalance-Shapes Yazılımının Ekran Görüntüsü 116
Şekil 6.2. Etkinlik 6.2. Değişkenin Yer Tutucu Özelliği 118
Şekil 6.3. Etkinlik 6.3. Değişkenin Değişen Nicelik Anlamıyla İlgili Problem.......... 121
Şekil 7.1. 0.5x + 30 = 0.75x + 26'nın Sayısal, Grafiksel ve Cebirsel Çözümlerini Gösteren Ekran Görüntüsü 142
Şekil 7.2. Eşitlik İçin Terazi Modeli 147

Şekil 7.3. Eşitlik İçin Çubuk Modeli 148
Şekil 7.4 Bölme ve Tekrar Bir Araya Getirme İçin Çubuk Modeli 150
Şekil 7.5 Bölme Sonucu Elde Edilen Her Bir Parçanın Birbirine Eşit Olması 151
Şekil 7.6. 3+4=7 Eşitliği İçin Terazi ve Çubuk Modeli 151
Şekil 7.7. 5 + 2 = 4 + 3 Eşitliği İçin Terazi ve Çubuk 152
Şekil 8.1. Cebirsel İfadelerle İşlemlerin Modellenmesi Örnek 1 167
Şekil 8.2. Cebirsel İfadelerle İşlemlerin Modellenmesi Örnek 2 167
Şekil 8.3. Sayıların Sanal Manipulatif İle Modellenmesi 167
Şekil 8.4. 3(x+4) Cebirsel İfadenin Modellenmesi 167
Şekil 8.5. Cebirsel İfadelerin Çarpma İşleminde Model Kullanılması 170
Şekil 8.6. Tanılayıcı Dallanmış Ağaç Örneği 171
Şekil 8.7. Sanal Manipulatifle Oluşturulmuş Etkinlik Örneği 173
Şekil 8.8. $(a + b)^2$'nin Modellenmesi 174
Şekil 8.9. $(x + 3)^2$ ve $(5 + 3)^2$ 'nin Modellenmesi 174
Şekil 8.10. $(a-b)^2$ Özdeşliğinin Modellenmesi 175
Şekil 8.11. Özdeşliklere Günlük Hayattan Problem Örneği 176
Şekil 8.12. Cebir Karoları ve Özdeşlikleri Eşleme Etkinliği 178
Şekil 8.13 Cebir Karoları 183
Şekil 8.14. Özdeşliklerin Öğretiminde Kullanılabilecek Sanal Manipulatifler 184
Şekil 8.15. Geogebra ile Özdeşlik Öğretimi 185
Şekil 8.16 $(a + b)^2$ ve $a^2 + b^2$ İfadelerinin Modellemesi 186
Şekil 8.17. $(a - b)^2$ ve $a^2 - b^2$ İfadelerinin Modellemesi 186
Şekil 9.1. Eşitlik Kavramı İçin Terazi Modeli 201
Şekil 9.2. Terazi Modeli, Sayma Pulları Denge Modeli ve İşlemsel Karşılığı ile Denklem Çözümü 204
Şekil 9.3. Sayma Pulları Denge Modeli ve İşlemsel Karşılığı ile Denklem Çözümü 205
Şekil 9.4 Cebir Karoları ve İşlemsel Karşılığı ile x + a = b Tipi Denklem Çözümü.. 208
Şekil 9.5 Cebir Karoları ve İşlemsel Karşılığı ile ax = b Tipi Denklem Çözümü 209
Şekil 9.6. Dört Kefeli Terazi Modeli ve İşlemsel Karşılığı ile ax + b = cx + d Tipi Denklem Çözümü 211
Şekil 9.7. 2x + 3 = 4 Denkleminin Grafikle Çözümü. 212
Şekil 9.8 $|x-3|=4$ Denkleminin Grafikle Çözümü 212
Şekil 9.9. Lineer Denklem Sistemlerinin R^2de Grafikle Çözümlerine İlişkin Olası Durumlar 213
Şekil 9.10. Lineer Denklem Sistemlerinin R^3te Grafikle Çözümlerine İlişkin Olası Durumlar 214

Şekil 9.11 NLVM'de Denklemin Terazi Modeli 215
Şekil 9.12. Photomath 216
Şekil 9.13. Mathway 216
Şekil 9.14. GeoGebra 216
Şekil 10.1. NVLM Ara Yüzü 232
Şekil 10.2. SAMAP Terazi Modeli 233
Şekil 10.3. EBA'da Yer Alan "Eşitlik ve Eşitsizlik Arasındaki İlişki" Adlı Videoya Ait Ekran Görüntüleri 233
Şekil 10.4. GeoGebra Programı ile Hazırlanmış "Eşitlik ve Eşitsizlik Arasındaki İlişki" Adlı Etkinlik. 234
Şekil 10.5. GeoGebra Programı ile Hazırlanmış "İki Bilinmeyenli Eşitsizlik Sistemi" Adlı Etkinlik 234
Şekil 10.6. 2005 Yılı Matematik Dersi Öğretim Programında Yer Alan Etkinlik Örneği 236
Şekil 10.7. Terazi ve Tahterevalli Öğretim Materyali Örnekleri 237
Şekil 10.8. Dört Kefeli Cebir Terazisi 238
Şekil 10.9. Dört Kefeli Cebir Terazisinde "3>2" Eşitsizliğinin Gösterimi 238
Şekil 10.10. Dört Kefeli Cebir Terazisinde "(-2) < 0" Eşitsizliğinin Gösterimi 239
Şekil 11.1. Tekrarlayan Şekil Örüntüsü 252
Şekil 11.2. Döngüsel Örüntüye Örnek 252
Şekil 11.3. Sek Sek Örüntü Modeli 253
Şekil 11.4. Sabit Değişen Şekil Örüntüsü Örneği 253
Şekil 11.5. Artarak Değişen Şekil Örüntüsüne Örnek 254
Şekil 11.6. Cebirsel Genelleme Yapısı 255
Şekil 11.7. Örüntüler Konusuna İlişkin Örnek Oyun Görseli 263
Şekil 11.8. Örüntüler Konusuna İlişkin Örnek Oyun Görseli 263
Şekil 11.9. Örüntüler Konusuna İlişkin Örnek Oyun Görseli 263
Şekil 12.1. Yumurtalarla Oluşturulan Kutuların Grafiği 274
Şekil 12.2. Doğru Orantı Grafiğine Bir Örnek 275
Şekil 12.3. Doğrusal İlişkiye Bir Örnek 275
Şekil 12.4. Genişleyen Örüntüye Bir Örnek 276
Şekil 12.5. Örüntünün Grafiği 276
Şekil 12.6. Kartlar ve Kartların Üstünde Görünen Noktalar 277
Şekil 12.7. y = x+3 Doğrusunun Grafiği 278
Şekil 12.8. Simit Probleminin Çözümüne Öğrenci Cevaplarından Örnek 279
Şekil 12.9. Fide Boyunu Hesaplama Örneği 280

Şekil 12.10. Grafik Örneği ... 281
Şekil 12.11. Grafik Örneği ... 282
Şekil 12.12. Problemin Çözüm Örneği ... 283
Şekil 12.13. Denklemin Sayı Doğrusunda Gösterimi ... 284
Şekil 12.14. 3x + 5 = 11 Eşitliğinin Sayı Doğrusunda Gösterimi ... 284
Şekil 12.15 İki Tarafında Bilinmeyen Olan Doğrusal Denklem Çözümünde Sayı Doğrusunu Kullanma ... 284
Şekil 12.16. 2x – 4 =5 in Sayı Doğrusunda Gösterimi ... 285
Şekil 12.17. 2x – 4 = 5 in Sayı Doğrusunda İkinci Gösterimi ... 285
Şekil 12.18. 2x – 4 = 5 in Sayı Doğrusunda Üçüncü Gösterimi ... 285
Şekil 12.19. Denklemin Her İki Tarafında Bilinmeyen ve Negatif Sayı Olan Bir Denklemin Gösterimi ... 286
Şekil 12.20. 17 – 3x = x + 1 in Gösterimi ... 286
Şekil 12.21. 4x -13 = 2x - 3 in Gösterimi ... 286
Şekil 12.22. Doğrusal Denklem Grafiklerinde Basit Öğrenci Hataları ... 287
Şekil 12.23. x = c Doğrularının Geogebra ile Gösterimleri ... 288
Şekil 12.24. ax+c = 0 Doğrularının Geogebra ile Gösterimleri ... 289
Şekil 12.25. y = ax Doğrularının Geogebra ile Gösterimleri ... 289
Şekil 12.26. ax+by+c = 0 Doğrusunun Geogebra ile Gösterimi ... 289
Şekil 13.1. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında Fonksiyonel İlişkiye Yönelik 5. Sınıf Düzeyinde Yer Alan Bir Örnek ... 294
Şekil 13.2 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında Fonksiyonel İlişkiye Yönelik 7. Sınıf Düzeyinde Yer Alan Bir Örnek ... 295
Şekil 13.3 Örüntü Genellemesine Dayalı Bir Soru Örneği ... 297
Şekil 13.4 Doğrusal Denklemler Konusunun Öğretiminde Çoklu Temsil Kullanımına Dayalı Bir Örnek ... 300
Şekil 13.5. Örüntünün Kuralının Bulunmasına Dayalı Bir Örüntü Örneği ... 301
Şekil 13.6. Fiziksel Örüntüyü Kullanarak Örüntünün Kuralının Bulunması ... 301
Şekil 13.7. Kuadratik Örüntülere Bir Örnek ... 302
Şekil 13.8. Geogebra Programı Kullanılarak Fonksiyon Grafiklerinin Çizilmesine Dayalı Bir Örnek ... 304

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 2.1. Probleme Ait Çözüm Tablosu 32
Tablo 6.1. Tablo, Beklenen Satışlara Bağlı Olarak Elde Edilen Gelir-Giderlere Göre Kar-Zarar Durumu Belirlenerek Hazırlanabilir. 126
Tablo 7.1. Eşit İşaretine Dair Öğrenci Yorumlamaları 133
Tablo 7.2. Öğrencilerin Eşitlik Kavramına Dair Hata, Yanılgı Türleri ve Göstergeleri 140
Tablo 8.1. MEB 2009, 2013, 2018 Matematik Programında Özdeşlik Kazanımları 163
Tablo 8.2 Özdeşlik Modellemesi ile Cebirsel İfadesinin Yazımı................................ 168
Tablo 8.3 Özdeşlik Oluşturma Etkinliği 169
Tablo 8.4. Özdeşlik Denklem Arasındaki İlişki Etkinliği... 169
Tablo 8.5. Öz Değerlendirme Envanteri 170
Tablo 8.6. Kağıt Katlama Etkinliği.. 172
Tablo 8.7. Özdeşliklerde Terimlerin Katsayıları Arasındaki İlişkiyi Görmeye Yardımcı Örnekler 177
Tablo 8.8. Üst Düzey Cebirsel Düşünme Etkinlikleri 177
Tablo 8.9. Özdeşlik Olacak Şekilde Kutuyu Bulma Etkinliği..................................... 178
Tablo 8.10. Kare ve Dikdörtgen Model Kullanımı Ayrımına Yönelik Etkinlik 179
Tablo 8.11. Özdeğerlendirme Envanteri 180
Tablo 8.12. ifadelerin Karesi Özdeşlikleri İlgili Değerlendirme Soruları.................. 180
Tablo 8.13. Temel Özdeşlikler 181
Tablo 9.1. 7. ve 8. Sınıf Düzeylerinde Denklemler Konusuna İlişkin Kazanımlar ... 196
Tablo 9.2. Denklem Çözümünde İnformal Stratejiler 202
Tablo 9.3. Terazi Modeli ve İşlemsel Karşılığı ile Denklem Çözümü 202
Tablo 9.4. Denkleminin İnformal Stratejiler ile Çözümü. 207
Tablo 9.5. Bağlamla İlişkilendirerek Denklem Çözümü 207
Tablo 11.1. Örüntülere İlişkin Kazanımların Öğretim Programlarındaki Yeri......... 257
Tablo 11.2. Örüntünün Öğretilmesine Yönelik Örnek Etkinlik................................ 259
Tablo 12.1 Yumurta Adedi ile Oluşturulan Kutu Adedi.. 274
Tablo 12.3. y = x + 3 ün Değer Tablosu 278
Tablo12.4. Yol ve Ücret Arasındaki İlişki Tablosu... 282
Tablo 12.5. Sayı Doğrusundaki Çözümün Tablo Gösterimi....................................... 285
Tablo 13.1. Örüntüde Kullaılan Şekillerin Sayısının Tablosu 302

1. BÖLÜM

CEBİRİN TARİHİ

Dr. Öğr. Üyesi Gülfem SARPKAYA AKTAŞ - Aksaray Üniversitesi

1960'lardan ve 1970'lerden itibaren, matematik tarihinin matematik dersinde bir yeri olması gerektiği fikri ortaya atılmıştır. Eğitimciler, öğretim için matematik tarihinin değerini düşünerek son yıllarda matematiğin öğrenilmesindeki rolüne yönelik çalışmalara yönelmişlerdir. Matematiğin doğası nedir? Nasıl oluşmuştur? Kullandığımız matematiksel bilgiler önceleri de aynı şekilde mi okullarda yer almaktaydı? Matematik tarihi ile matematiği öğretme etkinliklerimiz bütünleştirilebilir mi? Matematik tarihi öğrenme ve öğretme etkinliklerinde kullanıldığında öğretmen ve öğrencilere sağlayacağı faydalar nelerdir? gibi sorular matematik tarihinin ve öğretimde kullanılmasının öneminin açıklanmasını gerektirmektedir.

1.1. Matematik Tarihinin Öğretimde Kullanılmasının Önemi

Eğitim sistemi içerisinde öğretmen ve öğrenciler matematiğin zengin bir tarihe sahip olduğunu göremeyebilirler. Bazen de matematiğin sürekli gelişim gösterdiğini, insan emeğinin ürünü olduğunu farklı kültürlerin farklı matematik yaptıklarını idrak etmede başarısız olmaktadırlar (Tzanakis ve Arcavi, 2000). Matematiksel bilginin doğası ile ilgili olarak matematiğin öğrenciler tarafından kesin, düzenli, teorem, ispat ve kurallardan oluşan mükemmel bir bilgi topluluğu şeklinde algılanması öğrenme biçimlerinde ve başarılarında olumsuz etkiler oluşturmaktadır (Cifarelli ve Goodson-Espy, 2001). Matematiksel bilgilerin doğası ile ilgili doğru algıların oluşmasında matematik tarihi ile matematik derslerinin zenginleştirilmesi önemlidir (Tzanakis ve Arcavi, 2000).

Matematik tarihinin öğretim ortamlarında kullanılmasının önemi maddeler halinde şu şekilde belirtilebilir;

- Matematiğin insan aktivitesi ve ürünü olduğunu ortaya koymada yardımcı olması (Fried, 2001; Tzanakis ve Arcavi, 2000),

- Matematiğin gelişimini sürdüren canlı bir bilim olduğunun ortaya konulması (Özdemir ve Göktepe Yıldız, 2015),
- Matematiksel kavramların, problemlerin ve çözümlerinin temelinin anlaşılması (Fried, 2001),
- Matematiğin ve matematiksel aktivitelerin doğasına olan bakış açılarının geliştirilmesi (Tzanakis ve Arcavi, 2000; (Özdemir ve Göktepe Yıldız, 2015),
- Matematiği anlaşılabilir, ilginç ve daha fazla yaklaşılabilir kılması (Fried, 2001),
- Matematiğe yönelik tutum ve öğrenme motivasyonunu olumlu yönde etkileyebilmesi ve öğretmenlerin öğretim etkinliklerini zenginleştirmesidir (Tzanakis ve Arcavi, 2000).

Ayrıca Baki (2014) matematik tarihinin önemini aşağıdaki maddelerle açıklamıştır.

- Matematik tarihi bir matematikçi için ilişkileri sezmenin, varsayımda bulunmanın, çürütmenin ve kanıtlamanın vazgeçilmez düşünme adımları olduğunu göstermektedir.
- Matematik tarihi öğrencilere matematiğin düşünce dünyamızı nasıl şekillendirdiği ve geliştirdiği hakkında bilgi verir.
- Matematik tarihi öğrencilere matematiksel kurallar altında yatan nedenleri ve niçinleri gösterir.
- Matematik tarihi matematiğin farklı kültürlerde nasıl yer edindiği hakkında bilgi verir.
- Matematik tarihi diğer bilimlerle matematiğin ilişkisini gösterir.
- Öğrencilerin konulara yönelik ilgisini artırır.
- Matematik tarihi öğrencilere matematiğin kendini yenileyerek gelişen bir bilim olduğunu gösterir.

Bu gerekçelerin yerine getirilmesinde matematik tarihi amaç ve araç olarak kullanılabilir. Amaç olarak kullanılmasında matematiğin geçmişten günümüze gelişerek geldiğini gösteren ve farklı kültürlerin ürünü olduğunun anlaşılması için yapılan faaliyetler gözönünde bulundurulmalıdır. Örneğin Hayyam'ın geometrik modeller yardımıyla kübik denklemi çözmesiyle Cardano'nun nasıl farklılaştığını açıklayan etkinliklerle karşılaşan öğrenciler matematiğin dinamik yapısını fark etmeleri yanısıra matematiğin giderek soyut bir yapıya dönüştüğünü de anlamaktadırlar. Ayrıca matematik tarihi amaç olarak öğrenciye sunulduğunda öğrencinin matematiğe değer vermesi de sağlanabilecektir (Baki, 2014).

Matematik tarihinin araç olarak kullanılması ise matematikte herhangi bir konunun öğretilmesinde kullanılması anlamına gelmektedir. Öğretimde kullanılan matematik tarihi etkinlikleri ve örnekleri öğrencilerin farklı akıl yürütme, soyutlama ve problem çözüm yollarını keşfetmelerini sağladığından araç olarak kullanılması anlamındadır (Baki, 2014). Böylelikle; matematiğin sosyolojik, epistemolojik ve tarihsel konularına odaklanılması gerektiğinde matematik tarihi amaç olarak kullanılmakta; öğrenme, tutum, motivasyon gibi bilişsel ve duyuşsal boyutlara odaklanıldığında ise araç olarak kullanımı söz konusu olmaktadır (Jankvist, 2009; Bütüner, 2011).

Matematik tarihinin öğretim programları içerisine yerleştirilmesi, ders kitaplarında konulara göre ünlü matematikçilerin çalışmalarının, hayat hikâyelerinin ve problemlere buldukları çözüm yollarının yerleştirilmesi amaç ya da araç olarak kullanılmasını sağlayabilir (Baki, 2014)

Matematik tarihi içerisinde büyük matematikçilerle tanışan onların kişilikleri, başarıları ve çalışmalarıyla içiçe olan öğretmenler öğretme etkinliklerine matematik tarihini kattıkları zaman dersleri zenginleşecek ve matematiğin insanlık tarihinde oynadıkları roller, kültürle ve günlük hayatla ilişkisi öğrenciler tarafından kurulabilecektir (Baki, 2014). Matematik tarihinin sınıflarda etkili bir şekilde kullanılabilmesinde matematik tarihinin içeriği, kullanım yolları ve nasıl kullanılabileceğine dayalı stratejiler üzerinde düşünülmesi gerekmektedir (Bütüner, 2011). Matematik alanlarından Cebir alanı öğrenciler için anlaşılması zor bir alan olduğu için öğrenme ortamlarının her türlü zenginleştirilmesi önem arzetmektedir. Matematik tarihi ile zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamı da öğrencilere bilginin oluşum süreci ile ilgili bilgi verdiğinden daha kalıcı öğrenmelerin gerçekleşmesine fırsat verebilir. Bu nedenle bu bölümde cebir ve cebir alt kavramlarının tarihsel süreci hakkında bilgiler verilmektedir.

Tarihsel süreç dikkate alındığında Cebir, asıl amacın bilinmeyeni bulmak ve denklem çözmek olan “klasik cebir” ve grup, halka ve cisim gibi soyut nesnelerin incelendiği “soyut cebir” olarak ayırmak mümkündür. Klasik cebir olarak ifade edilen denklemleri çözmek ve bilinmeyeni bulmak olan dönem Mısır ve Babil’den başlayarak 4000 yıldan fazla bir zamanda var olmuştur. Soyut cebir ise 200 yıllık bir geçmişe sahiptir.

1.2. Aritmetik - Cebir Arasındaki İlişkiye Yönelik Tarihsel Gelişim

Şekil 1.1. Harezmi (780-847) http://www.turkbilgi.net/harezmiyi-buyuk-yapan-9/

İslam dünyasının cebir alanındaki en önemli matematik bilgini, 780–847 yılları arasında yaşamış olan Harezmidir. Sayı sisteminin ilk şeklini Hindistan'dan alarak Arap sayı sistemini kazandırmıştır. Batının ve dolayısıyla bugünün matematiğinin kullandığı sayılar Harezmi'nin sekizinci yüzyılda kullandığı sayıların bir çeşit uyarlamasıdır. Harezmi Hindistan'daki astronomi bilgilerinden bazılarını da Bağdat'ta Darül-Hikme'de çalışmalarını yapmak üzere davet etmiştir. Darül-Hikmedeki çalışmalarının ilk dönemlerinde saray çevresine ve tüccarlara dört işlemi içeren aritmetik öğretmiştir (Baki ve Bütüner, 2011). Harezmi 830 lu yıllarda yazdığı "El Kitab'ül-Muhtasar fi Hısab'il Cebri ve'l-Mukabele" (Cebir ve denklem hesabı üzerine özet kitap) isimli kitabında matematiğin cebir olarak bilinen dalına adını vermiştir. Harezmi'den önce denklemler üzerinde çalışmalar yapılmıştır fakat "Cebir" ismi ilk olarak onun kitabında yer almıştır. Harezmi'den önce denklemler üzerinde çalışma yapan bilim insanlarından birisi de Diophantus'tur.

Şekil 1.2. Diophantus (200-284) https://www.biyografi.net.tr/diophantus-kimdir/

Diophantus (200-284) "aritmetik" adlı kitabında sayılarla oluşturulan ilişkileri cebirsel denklemlere dönüştürerek önceden bilinen denklem çözme yollarından olan "yanlışı deneme" yöntemini kullanarak denklemler çözmüştür. Örneğin "birinci sayı ile ikinci sayının toplamı üçüncü sayı ile çarpıldığında 35, ikinci sayı ile üçüncü sayının toplamı ilk sayı ile çarpıldığında 27 ve birinci sayı ile üçüncü sayının toplamı ikinci sayı ile çarpıldığında 32 ettiğine göre bu sayıları bulunuz?" şeklindeki sayı arası ilişkileri

(Birinci+ikinci)*(üçüncü)=35…………….(1)

(ikinci+üçüncü)*(birinci)=27……………..(2)

(birinci+üçüncü)*(ikinci)=32……………..(3)

şeklinde yazmıştır. (1). Denklemden birinci+ikinci= 35/üçüncü elde ederek birinci ve ikinci sayılar için tahminde bulunmuş, 10/üçüncü yü birinci sayı, 25/üçüncü'yü de ikinci sayı seçerek (2) ve (3). denklemlerinde yerine yazmış ve denklemi sağlamadığını görmüştür. Yeni bir tahminle işlemine devam etmiş ve doğru çözüme ulaşmıştır. Diophantus'un denklem çözümünde kullandığı yanlışı deneme yöntemi uzun yıllar sonra Ebu Kamil, Fibbonacci ve Ali Kuşcu tarafından da kullanılmıştır (Baki, 2014). Aslında yanlışı deneme yöntemi sayılarla cebirin ilişkisini ortaya koymaktadır. Sistematik bir denklem çözümü yer almamakla birlikte sayıları deneyerek ve hatalardan yola çıkılarak kurulan sayı ilişkileri çözümlenmektedir.

Al-Karhi (…., 1029); Diophantus, Harezmi ve Abu Kamil'in bıraktığı cebir çalışmalarını zenginleştirerek cebire aritmetiksel yaklaşımı getirmiştir. Samaw'al (1130-1180) da Al Karhi'nin takipçisi olmuş ve büyük ölçüde çalışmalarını tamamlayıcı görüşler sunmuştur.

1.3. Cebirsel İfadeler ve Değişken'in Tarihsel Gelişimi

Bazı araştırmacılara göre harflerin değişken olarak kullanılması Aristo'ya dayanmaktadır. Cebirde değişken notasyonunun tarihsel gelişimini araştırmacılar *retorik cebir, senkoplu (syncopated; bir kelimenin içses düşmesi ile kısaltılması) cebir* ve *sembolik cebir* olarak üç döneme ayırmaktadırlar. (Boz, 2013). MS275 yılına kadar retorik cebir dönemi yaşanmıştır. Retorik cebir sembol yerine sözlerin kullanımıdır (Boz, 2013). Bu dönemin belirgin özellikleri bilinmeyen değerlerin gösteriminde herhangi bir işaretin kullanılmamasının yanı sıra çözüm algoritmalarının da sözel olarak ifade edilmesidir. Şimdiki anlamı ile cebirsel ifadelerin sözel olarak ifade edilmesi de denilebilir. Senkoplu cebir döneminde ise artık semboller bilinmeyen sayı yerine kullanılmaya başlanmıştır. MS275 ile MS1600 yılları arasında süren bu dönemde sembol olarak sözlerin kısaltılmışı kullanılmıştır. Harezminin çalışmaları sözel(senkoplu) dönemden sembolik döneme geçişi sağlayan çalışmalardır. Harezmi kitabında bilinmeyenin büyüklüğüne şey, bunun ikinci kuvvetine mal ve kareköküne de ced demiştir. Birim olarakta dirhem sözcüğünü kullanmıştır (Baki, 2014). Bu dönemin bilinen temsilcilerinden birisinin de Diophantus (MS200-284) olduğu görülmektedir. Diophantus "bilinmeyen, 6'ya kadar olan kuvvetler, eksi işareti, eşittir işareti ve çarpmaya göre ters işlem içinde semboller kullanmıştır (Boz, 2013).

		Modern Gösterimi			**Modern Gösterimi**
Büyük Yunan Harfleri	$\overset{\circ}{M}$	Sabit Terim	**Diophantus Kısaltmaları**	$\overset{\circ}{M}\ \varepsilon$	5
	ς	Bilinmeyen (x)			
	Δ^{Υ}	Bilinmeyenin Karesi (x^2)		ς ⋀	−x
	K^{Υ}	Bilinmeyenin Küpü (x^3)			
	⋀	Eksi Sembolü		ς δ	4x
Küçük Yunan Harfleri	β	2			
	γ	3		$\Delta^{\Upsilon}\ \gamma$	$3x^2$
	δ	4			
	ε	5		$K^{\Upsilon}\ \beta$	$2x^2$

Şekil 1.3. Diophantus kısaltmaları ve modern gösterimine örnekler (Baki ve Bütüner, 2011)

Şekil 1.4.Viete (1540-1603) http://science-world.wolfram.com/biography/Viete.html

MS 1600 yılından günümüze kadar olan döneme ise sembolik cebir dönemi adı verilir. Viete (1540-1603) bu dönemin ünlü matematikçilerinden birisi olarak kabul edilir. Viete "Inartem" adlı eserinde günümüz cebirsel sembollerin çoğunun temelini atmıştır. (Boz, 2013). Viete 1591 yılında bilinmeyenleri göstermek için büyük ünlü harflerden A, E, I, O ve U'yu kullanmıştır. Bilinmeyen olarak A'yı tercih ettiğinde, A^2'yi *Aq*, A^3'ü *Acu* ve A^4'ü ise *Aqq* biçiminde göstermiştir. Çarpma için "*in*" kelimesini, bölüm için kesir çizgisini kullanmıştır. Modern gösterimi $\frac{AB}{C^2}$ olan matematiksel ifadeyi, $\frac{AinB}{Cq}$ şeklinde yazmıştır. Karekök için L harfini, küp kök için ise LC harflerini kullanmıştır (Baki ve Bütüner, 2011). Viete ayrıca "+" ve "-" sembollerini de kullanan bir matematikçidir. Viete'nin "=" sembolünü kullanmadığı görülmektedir (Boz, 2013). Simon Stevin (1548-1620) tarafından "Stelreghel" isimli eserde "÷" (bölü) işareti, William Oughtred (1574-1660) tarafından 1631 de yayınlanan "Clavis Mathematicae" adlı eserde "×" (çarpı) sembolü ilk kez kullanılmıştır (Schroeder, 1997).